



CONCURSUL NAȚIONAL „PEDAGOGIA MATEMATICII”
7 martie 2026
ETAPA JUDEȚEANĂ/SECTOARELOR MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
CLASA a IX-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- *Filiera vocațională, profilul pedagogic, toate specializările*
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I

(20 de puncte)

a) Dacă a, b și c sunt numere reale astfel încât $a \leq 2$, $b \leq 3$, $c \geq 4$ și $a + b - c = -9$, calculați valoarea expresiei $E = \sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{b^2 - 6b + 9} + \sqrt{16 + c^2 - 8c}$. b) Dacă a și b sunt numere reale astfel încât $a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10 = 0$, calculați $a^{2026} - (2a - b)^{2026}$.		
a)	$\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{b^2 - 6b + 9} + \sqrt{16 + c^2 - 8c} = a - 2 + b - 3 + c - 4 $ $ a - 2 = 2 - a$ $ b - 3 = 3 - b$ $ c - 4 = c - 4$ $E = -a - b + c + 1 = 9 + 1 = 10$	3p 2p 2p 2p 1p
b)	$a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 + (b - 3)^2 = 0$ $(a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$ $(b - 3)^2 = 0 \Rightarrow b = 3$ $a^{2026} - (2a - b)^{2026} = 0$	4p 2p 2p 2p

SUBIECTUL II (autor Raluca Daniela Stoican)

(20 de puncte)

a) O poezie este formată din versuri care, prin așezarea lor, formează un trapez isoscel, fiecare vers având cu 2 cuvinte mai mult decât precedentul. Câte cuvinte trebuie plasate în primul vers, astfel ca, în total, poezia să conțină 2013 cuvinte, așezate pe 33 rânduri? b) Un biciclist pleacă luni din localitatea A spre localitatea B. Dacă în fiecare zi parcurge aceeași distanță, va ajunge în localitatea B, duminică. Din cauza unor evenimente neprevăzute, în prima zi a parcurs doar un sfert din distanța planificată inițial. Dacă va parcurge în fiecare zi cu 10 km mai mult decât în ziua precedentă, va ajunge la destinație tot duminică. Ce distanță este între localitatea A și localitatea B?	
---	--

a)	Sunt x cuvinte pe primul rând, $x+2$ cuvinte pe al doilea rând, $x+4$ pe al treilea și tot așa, deci șirul formează o progresie aritmetică Forma termenului general $x+2(n-1)$ $n=33$, deci $x+2 \cdot 32 = x+64$ de cuvinte pe rândul 33 $x+(x+2)+(x+4)+\dots+(x+64)=2013$ $33x+2 \cdot \frac{33 \cdot 32}{2} = 2013$ $x=29$	2p 1p 2p 2p 2p 1p
b)	Fie x distanța planificată inițial în fiecare zi, deci $7x$ este lungimea drumului În prima zi a parcurs $\frac{x}{4}$ A doua zi a parcurs $\frac{x}{4}+10$ A 7-a zi a parcurs $\frac{x}{4}+60$ $7x = \frac{x}{4} + \left(\frac{x}{4}+10\right) + \left(\frac{x}{4}+20\right) + \dots + \left(\frac{x}{4}+60\right)$ $7x = \frac{7x}{4} + 210$ $x=40$ Distanța între localitatea A și localitatea B este de 280 km	1p 1p 1p 1p 1p 2p 2p 1p

SUBIECTUL III (autor Eugenia Dincă)

(25 de puncte)

a)	Arătați că, pentru orice număr întreg $n \geq 2$, are loc relația $\left[\frac{n+\sqrt{n}}{n} \right] = 1$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x. Se consideră o funcție de gradul întâi, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea $f(x+1)+3f(-x)=2x+1, (\forall)x \in \mathbb{R}$. Determinați punctul de pe graficul funcției f care are ordonata egală cu 2026.	
a)	Pentru $n \geq 2, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{n} < n \Rightarrow \frac{\sqrt{n}}{n} \in (0,1) \Rightarrow \left[\frac{\sqrt{n}}{n} \right] = 0$ Deci $\left[\frac{n+\sqrt{n}}{n} \right] = \left[1 + \frac{\sqrt{n}}{n} \right] = 1 + \left[\frac{\sqrt{n}}{n} \right] = 1 + 0 = 1$, oricare ar fi $n \geq 2, n \in \mathbb{Z}$	5p 5p
b)	Pentru $x \leftrightarrow -x-1$, relația din enunț devine $f(-x)+3 \cdot f(x+1)=-2x-1$ Rezolvăm sistemul : $\begin{cases} f(-x)+3 \cdot f(x+1)=-2x-1 \\ 3f(-x)+f(x+1)=2x+1 \end{cases}$ Obținem $f(-x)=x+\frac{1}{2}$, deci $f(x)=-x+\frac{1}{2}, x \in \mathbb{R}$ $M(x,y) \in G_f \Leftrightarrow f(x)=y$ Pentru $y=2026 \Rightarrow -x+\frac{1}{2}=2026$	4p 2p 4p 1p 2p



	$\Rightarrow x = -\frac{4051}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{4051}{2}, 2026\right)$	2p
--	---	----

SUBIECTUL IV (Gazeta matematică)

(25 de puncte)

Fie $ABCDE$ un pentagon convex și punctele $P \in (DE)$, $Q \in (CD)$ astfel încât $\frac{PE}{PD} = \frac{QC}{QD} = 2$. Dacă M și N sunt centrele de greutate ale triunghiurilor ABC și ABE, arătați că $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.		
Din ipoteza $\frac{PE}{PD} = \frac{QC}{QD} = 2$ deducem $\overrightarrow{MQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{MD} \quad \text{și} \quad \overrightarrow{NP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{ND}$	10p	
Atunci $\overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{NP} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{NE} + 2\overrightarrow{MN}) =$	8p	
$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{MN}) = \vec{0}, \text{ deci } \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$	7p	



CONCURSUL NAȚIONAL „PEDAGOGIA MATEMATICII”
7 martie 2026
ETAPA JUDEȚEANĂ/SECTOARELOR MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
CLASA a X-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- *Filiera vocațională, profilul pedagogic, toate specializările*
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I (autor Cristina Mihaela Iacob)

(20 de puncte)

Rezolvați în mulțimea numerelor naturale următoarele ecuații:		
a)	$\sqrt{\log_{2026}^4 x - 2 \cdot \log_{2026}^2 x + 1} = 0.$	
b)	$\sqrt{x + \sqrt{x + 11}} + \sqrt{x - \sqrt{x + 11}} = 4.$	
a)	Condiția de existență a logaritmului $x > 0$. Notăm $\log_{2026}^2 x = t, t \geq 0$ Obținem $\sqrt{t^2 - 2t + 1} = 0 \Rightarrow \sqrt{(t-1)^2} = 0$ $t = 1$, deci $\log_{2026}^2 x = 1 \Rightarrow \log_{2026} x = \pm 1$ $x = 2026^{-1} = \frac{1}{2026}$ care nu convine $x = 2026$ care convine	2p 2p 2p 2p 2p
b)	$x + 11 \geq 0, x + \sqrt{x + 11} \geq 0, x - \sqrt{x + 11} \geq 0$ Ridicând la pătrat obținem $x + \sqrt{x^2 - x - 11} = 8$ Deci $x^2 - x - 11 = 64 - 16x + x^2$ $x = 5$ care convine	3p 3p 2p 2p

SUBIECTUL II (autor Cristina Mihaela Iacob)

(20 de puncte)

a)	Calculați valoarea expresiei $E(a, b) = \frac{\frac{3}{a^2} - \frac{3}{b^2}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} : \frac{a + \sqrt{ab} + b}{a - b} + 2\sqrt{ab}$ pentru $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ și $b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$.
b)	Arătați că $L \in \mathbb{N}$, unde $L = \frac{1}{\log_2 1 + \log_2 2 + \dots + \log_2 2026} + \frac{1}{\log_3 1 + \log_3 2 + \dots + \log_3 2026} + \dots$ $+ \frac{1}{\log_{2026} 1 + \log_{2026} 2 + \dots + \log_{2026} 2026}$

a)	$a, b \geq 0; E(a, b) = \frac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{a + \sqrt{ab} + b}{a - b} + 2\sqrt{ab} =$ $= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a^2} + \sqrt{ab} + \sqrt{b^2})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \frac{a - b}{a + \sqrt{ab} + b} + 2\sqrt{ab} =$ $= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + 2\sqrt{ab} =$ $= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab} = a + b$ $E(\sqrt{3} - \sqrt{2}, \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2\sqrt{3}$	2p 2p 2p 2p 2p
b)	$L = \frac{1}{\log_2(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2026)} + \frac{1}{\log_3(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2026)} + \dots + \frac{1}{\log_{2026}(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2026)} =$ $= \log_{(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2026)} 2 + \log_{(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2026)} 3 + \dots + \log_{(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2026)} 2026 =$ $= \log_{(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2026)} (2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2026) = 1, \text{ deci } L \in \mathbb{N}$	4p 4p 2p

SUBIECTUL III (autor Anamaria Șendroi)

(25 de puncte)

Se consideră funcția $f : (-8, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2 + \sqrt[3]{x}}$. a) Dați un exemplu de număr real $a > -8$ astfel încât $f(a) \in \mathbb{Q}$. Arătați că există o infinitate de valori reale ale lui a, astfel încât $f(a)$ să fie număr rațional. b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} = \frac{x + 2}{\sqrt{4 - 2\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x^2}}$. c) Calculați pătratul sumei $S = \frac{1}{f(0^3) + f(1^3)} + \frac{1}{f(1^3) + f(2^3)} + \frac{1}{f(2^3) + f(3^3)} + \dots + \frac{1}{f(15^3) + f(16^3)}.$		
a)	De exemplu, pentru $a = -1, f(-1) = 1 \in \mathbb{Q}$ Fie $\sqrt{2 + \sqrt[3]{a}} = r$, $r \in \mathbb{Q}$, $r \geq 0$. Deci a poate fi orice număr real de forma $(r^2 - 2)^3$, cu $r \in \mathbb{Q}$, $r \geq 0$.	5p 5p
b)	$\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt{4 - 2\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x^2} = x + 2, \text{ cu condiția } 2 + \sqrt[3]{x} \geq 0, x + 2 \geq 0$ $\sqrt{8 + x} = x + 2$ $8 + x = (x + 2)^2$ $x^2 + 3x - 4 = 0$ $x = -4, \text{ care nu convine sau } x = 1, \text{ care convine}$	4p 2p 1p 1p 2p
c)	$S = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{17} + \sqrt{18}} =$ $= \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{18} - \sqrt{17} =$ $= 2\sqrt{2}$ $S^2 = 8$	2p 1p 1p 1p



SUBIECTUL IV (autor Maria Elena Panaitopol)

(25 de puncte)

Fie numerele reale a, b, c, u, v, w cu proprietatea $a^2 + b^2 + c^2 = au + bv + cw = u^2 + v^2 + w^2$. a) Calculați $(a-u)^2 + (b-v)^2 + (c-w)^2$. b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3\sqrt{x+y} + 2\sqrt{8-x} + \sqrt{6-y} = 14$.		
a)	$(a-u)^2 + (b-v)^2 + (c-w)^2 = a^2 - 2au + u^2 + b^2 - 2bv + v^2 + c^2 - 2cw + w^2 =$ $= (a^2 + b^2 + c^2) - 2(au + bv + cw) + (u^2 + v^2 + w^2) = 0$	5p 5p
b)	Observăm că, înlocuind $a = \sqrt{x+y}$, $b = \sqrt{8-x}$, $c = \sqrt{6-y}$, $u = 3$, $v = 2$, $w = 1$, sunt verificate toate condițiile din ipoteza problemei Atunci, conform a), $(\sqrt{x+y} - 3)^2 + (\sqrt{8-x} - 2)^2 + (\sqrt{6-y} - 1)^2 = 0$ Obținem $x = 4$ și $y = 5$, care convin	5p 5p 5p



CONCURSUL NAȚIONAL „PEDAGOGIA MATEMATICII”
7 martie 2026
ETAPA JUDEȚEANĂ/SECTOARELOR MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
CLASA a XI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- *Filiera vocațională, profilul pedagogic, toate specializările*
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I - Matematică (autor Cristina Mihaela Iacob)

(30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \log_{2026} (2026^x + 2026^y)$.
6p	1. Calculați $0 * 1$.
6p	2. Determinați numărul real x pentru care $x * 1 = 1 * 2$.
6p	3. Demonstrați că legea de compoziție ”*” este comutativă pe mulțimea numerelor reale.
6p	4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul de ecuații $\begin{cases} x * y = 3 + \log_{2026} 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$
6p	5. Demonstrați că $1 * 2 * 3 * \dots * 2026 = 1 + \log_{2026} (2026^{2026} - 1) - \log_{2026} 2025$.

1.	$0 * 1 = \log_{2026} (2026^0 + 2026^1) =$ $= \log_{2026} (1 + 2026) = \log_{2026} 2027$	2p 4p
2.	$x * 1 = \log_{2026} (2026^x + 2026)$, $1 * 2 = \log_{2026} (2026 + 2026^2)$ $2026^x + 2026 = 2026 + 2026^2$, $x = 2$	3p 3p
3.	$y * x = \log_{2026} (2026^y + 2026^x) =$ $= \log_{2026} (2026^x + 2026^y) = x * y$, pentru orice numere reale x și y	2p 4p
4.	$\begin{cases} x * y = 3 + \log_{2026} 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{2026} (2 \cdot 2026^x) - \log_{2026} 2 = 3 \\ x = y \end{cases}$ $\begin{cases} \log_{2026} (2026^x) = 3 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2026^x = 2026^3 \\ x = y \end{cases}$ $x = 3, y = 3$	2p 2p 2p
5.	$1 * 2 * 3 * \dots * 2026 = \log_{2026} (2026^1 + 2026^2 + 2026^3 + \dots + 2026^{2026}) =$ $\log_{2026} (2026^1 + 2026^2 + 2026^3 + \dots + 2026^{2026}) = \log_{2026} \left(2026 \cdot \frac{2026^{2026} - 1}{2026 - 1} \right) =$ $= \log_{2026} 2026 + \log_{2026} (2026^{2026} - 1) - \log_{2026} 2025 = 1 + \log_{2026} (2026^{2026} - 1) - \log_{2026} 2025$	2p 2p 2p

SUBIECTUL al II-lea – Aritmetică (autor Raluca Daniela Stoican)

(30 de puncte)

15p

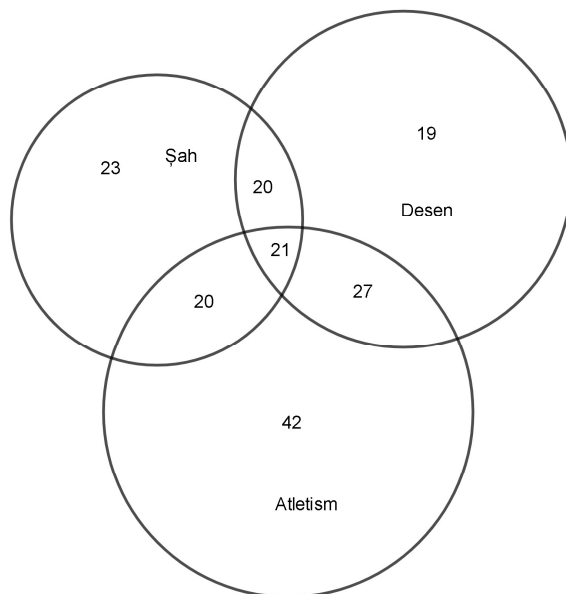
1. Într-o tabără sunt 172 de elevi, care au participat la trei concursuri: șah, desen și atletism. Fiecare elev a participat la cel puțin un concurs, având totuși posibilitatea să participe la toate trei. 84 de elevi au participat doar la câte un concurs, dintre care 23 doar la șah și 19 doar la desen. 21 de elevi au participat la toate concursurile. 110 elevi au concurat la atletism, dintre care 41 și la șah.
- Determinați numărul de participanți doar la atletism.
 - Determinați numărul de participanți la șah.
 - Determinați numărul de participanți la desen.
 - Determinați numărul de participanți la șah sau la desen.
 - Determinați numărul de participanți la șah și la desen.

15p

2. Un biciclist pleacă luni din localitatea A spre localitatea B. Dacă va parcurge în fiecare zi cu 10 km mai mult decât în ziua precedentă, va ajunge la destinație duminică. Știind că distanța dintre localitățile A și B este de 280 km, determinați câți km i-au mai rămas de parcurs duminică.

Notă: Problemele de la subiectul al II-lea se rezolvă prin metode aritmetice.

1.



a)

42 de participanți

3p

b)

84 de participanți

3p

c)

87 de participanți

3p

d)

130 de participanți

3p

e)

41 de participanți

3p

2.	Luni _____ Marti _____ +10 Miercuri _____ +10 +10 Joi _____ +10 +10 +10 Vineri _____ +10 +10 +10 +10 Sâmbătă _____ +10 +10 +10 +10 +10 Duminică _____ +10 +10 +10 +10 +10 +10	
	Reprezentarea corectă a segmentelor	3p
	Reducerea la cele 7 părți egale $280 - (10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60) = 70$ km	3p
	7 segmente egale reprezintă 70 km, deci o parte reprezintă 10 km	3p
	Duminică $10 + 60 = 70$ km	3p
	Formularea întrebărilor și răspunsurilor (planul de rezolvare) și efectuarea etapei de verificare	3p

SUBIECTUL al III-lea - Metodica predării matematicii/activităților matematice

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului – clasa I (OMEN nr. 3418/2013):

C.S. 2.1. Orientarea și mișcarea în spațiu în raport cu repere/direcții date folosind sintagme de tipul: în, pe, deasupra, dedesubt, lângă, în față, în spate, stânga, dreapta, orizontal, vertical, oblic, interior, exterior.

Exemple de activități de învățare:

- identificarea poziției pe care o ocupă diverse obiecte în desene/realitatea imediată, în raport cu alte obiecte precizate;
- jocuri de poziționare a obiectelor în spațiu, în raport cu alte obiecte precizate (ex.: așază creionul galben în stânga creionului roșu);
- identificarea unor obiecte/persoane în funcție de poziția lor spațială (Cine se află în fața ta?);
- realizarea unor desene simple, pe baza unor condiții date (ex.: desenați un triunghi; la stânga acestuia desenați o stelută; sub el desenați o linie orizontală);
- identificarea poziției verticală, orizontală sau oblică a unor obiecte din realitatea imediată sau în cadrul unor desene (ex.: încercuiește obiectele desenate în poziție orizontală; colorează obiectele desenate în poziție oblică);
- scrierea pe rețeaua de pătrățele a caietului de matematică a liniuțelor orizontale, verticale, oblice;
- compunerea/asocierea elementelor grafice pentru obținerea unor forme stilizate ale unor elemente din viața reală;
- observarea simetriei la figurile geometrice plane, la obiecte și ființe din mediul apropiat;
- jocuri care necesită orientarea în tabele și folosirea cuvintelor „rând” și „coloană”;
- identificarea interiorului și exteriorului unei figuri;
- construirea unor obiecte uzuale, folosind corpuri geometrice, fără utilizarea terminologiei;
- jocuri de construcții cu obiecte cu formă geometrică, din diferite materiale;

15p	Conținut: Figuri și corpuri geometrice - Orientare spațială și localizări în spațiu. Poziții ale unui obiect: verticală, orizontală, oblică; interior, exterior - Figuri plane / 2D Pătrat, dreptunghi, triunghi, cerc: reprezentare grafică - Corpuri/ 3D Cub, cuboid, cilindru, sferă: descriere (fețe – formă, număr) a) Precizați două mijloace didactice, două strategii de diferențiere și de individualizare (metode didactice), precum și două forme de organizare a colectivului de elevi necesare pentru a forma / dezvolta competența specifică dată. Argumentați alegerile făcute într-un context concret .	
15p	b) Elaborați doi itemi de evaluare diferiți (din categoria itemilor obiectivi) și doi itemi de evaluare diferiți (din categoria itemilor semiobiectivi), aplicabili în evaluarea formării / dezvoltării competenței specifice date. <i>Notă: Pentru fiecare dintre itemii elaborați se punctează corelarea cu competența specifică evaluată, respectarea formatului itemului, elaborarea răspunsului așteptat (baremul) și corectitudinea științifică a informației de specialitate.</i>	
	a)	
	Descrierea contextului concret (un exemplu de activitate)	3p
	Două mijloace didactice	2p
	Argumentarea alegerii făcute	2p
	Două metode didactice	2p
	Argumentarea alegerii făcute	2p
	Două forme de organizare	2p
	Argumentarea alegerii făcute	2p
	b)	
	<u>Elaborarea a doi itemi de evaluare obiectivi</u>	
	Corelarea cu competența specifică evaluată	1,5p
	Respectarea formatului itemului	2p
	Elaborarea răspunsului așteptat (baremul)	2p
	Corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p
	<u>Elaborarea a doi itemi de evaluare semiobiectivi</u>	
	Corelarea cu competența specifică evaluată	1,5p
	Respectarea formatului itemului	2p
	Elaborarea răspunsului așteptat (baremul)	2p
	Corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p



CONCURSUL NAȚIONAL „PEDAGOGIA MATEMATICII”

7 martie 2026

ETAPA JUDEȚEANĂ/SECTOARELOR MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

CLASA a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- *Filiera vocațională, profilul pedagogic, toate specializările*
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I - Matematică (autor Ana Maria Ioniță)

(30 de puncte)

	Se consideră matricea $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & x+2 \\ x+2 & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
6p	1. Calculați $\det(M(-2))$.
6p	2. Determinați numărul real x pentru care $2M(-x) + M(x-2) = 3M(4)$.
6p	3. Arătați că $\det(M(x-2) \cdot M(y-2)) - \det(M(x-2) + M(y-2)) \geq 0$ pentru orice numere reale x și y .
6p	4. Determinați numerele reale a pentru care $\det(M(a-2)) + \det(M(a-2) \cdot M(a-2)) = 0$
6p	5. Determinați valorile întregi ale lui x , $x \neq -2$, pentru care toate elementele matricei $M^{-1}(x)$ sunt numere întregi.

1.	$M(-2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\det(M(-2)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 0 \cdot 0 = 0$	2p 4p
2.	$2M(-x) = \begin{pmatrix} 2 & -2x+4 \\ -2x+4 & 0 \end{pmatrix}$, $M(x-2) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$, $3M(4) = \begin{pmatrix} 3 & 18 \\ 18 & 0 \end{pmatrix}$ $-x+4=18$, $x=-14$	3p 3p
3.	$\det(M(x-2) \cdot M(y-2)) = (xy)^2$, $\det(M(x-2) + M(y-2)) = -(x+y)^2$ $\det(M(x-2) \cdot M(y-2)) - \det(M(x-2) + M(y-2)) = (xy)^2 + (x+y)^2 \geq 0$ pentru orice numere reale x și y	2p 4p
4.	$\det(M(a-2)) = -a^2$, $\det(M(a-2) \cdot M(a-2)) = a^4$ $-a^2 + a^4 = 0$, $a^2(a^2 - 1) = 0$ $a = 0$, $a = -1$ sau $a = 1$	2p 2p 2p
5.	$\det(M(x)) = -(x+2)^2 \neq 0$, pentru x număr real, $x \neq -2$ $M^{-1}(x) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{x+2} \\ \frac{1}{x+2} & -\frac{1}{(x+2)^2} \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$	2p 2p

Elementele matricei $M^{-1}(x)$ sunt numere întregi pentru $x \in \{-3, -1\}$

2p

SUBIECTUL al II-lea – Aritmetică (autori Ioana Meletina Toader Rădulescu și Ana Maria Ioniță)

(30 de puncte)

15p	1. Echipa de organizare a concursului “Evrika” a cumpărat pentru tinerii premianți 40 de pachete de cadouri, de trei tipuri: pachete-bronz în valoare de 10 lei/bucată, pachete-argint în valoare de 20 lei/bucată și pachete-aur în valoare de 50 lei/bucată. În total s-au cheltuit 1000 de lei. Știind că numărul pachetelor-argint este dublu față de numărul pachetelor-aur, determinați câte pachete din fiecare tip au fost cumpărate.	
15p	2. Un tată are 4 copii și fiecare dintre ei trebuie să facă o plăcintă cu mere pentru a se înscrie la un concurs organizat de Ziua Națională a Plăcintei cu mere. Tatăl pleacă la muncă, însă lasă într-un coș mere pentru cei 4 copii ai săi. Fiecare copil ajunge pe rând și, fără să știe dacă ceilalți au venit înaintea lui, consumă un sfert din merele pe care le găsește în coș pentru realizarea plăcintei. La final, când tatăl se întoarce de la muncă, constată că toți copiii au consumat mere pentru realizarea plăcintei și că au rămas 81 de mere în coș. Câte mere au fost inițial în coș?	
<i>Notă: Problemele de la subiectul al II-lea se rezolvă prin metode aritmetice.</i>		
1.	Considerăm un super-pachet, format dintr-un pachet-aur și două pachete-argint, în total 3 pachete, în valoare de 90 de lei	3p
	Presupunem că toate cele 40 de pachete cumpărate au fost de tip bronz, deci rămâne o diferență de $1000 - 400 = 600$ de lei	3p
	Super-Pachet – 3 Pachete-bronz = $90 - 30 = 60$ de lei	3p
	$600 : 60 = 10$ Super-Pachete	3p
	10 Pachete-Aur, 20 Pachete-Argint, 10 Pachete-Bronz	3p
2.	$81 : 3 = 27$ (mere ce reprezintă un sfert din ce a găsit al patrulea copil)	1p
	$27 \cdot 4 = 108$ (mere lăsate de al patrulea copil)	2p
	$108 : 3 = 36$ (mere ce reprezintă un sfert din ce a găsit al treilea copil)	1p
	$36 \cdot 4 = 144$ (mere lăsate de al treilea copil)	2p
	$144 : 3 = 48$ (mere ce reprezintă un sfert din ce a găsit al doilea copil)	1p
	$48 \cdot 4 = 192$ (mere lăsate de al doilea copil)	2p
	$192 : 3 = 64$ (mere ce reprezintă un sfert din ce a găsit primul copil)	1p
	$64 \cdot 4 = 256$ (mere găsite de primul copil în coș)	2p
	Astfel, inițial au fost în coș 256 de mere	3p

SUBIECTUL al III-lea - Metodica predării matematicii/activităților matematice

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din Programa școlară pentru disciplina Matematică pentru clasa a IV-a (OMEN nr. 5003/2014):

Clasa a IV-a	Clasa a IV-a
3.1. Localizarea unor obiecte în spațiu și a unor simboluri în diverse reprezentări - descrierea poziției obiectelor în spațiu, în raport cu alte obiecte (paralel, perpendicular) - identificarea structurii unui ansamblu de obiecte spațiale din perspective diferite - identificarea obiectelor folosind simbolurile dintr-o reprezentare - realizarea și completarea unor tabele respectând instrucțiuni în care se folosesc cuvintele „rând” și „coloană” - stabilirea coordonatelor unui obiect (dintr-o reprezentare de tip rețea) - jocuri de construcții a unor ansambluri de obiecte cu forme geometrice, cu respectarea unor cerințe (de exemplu: deasupra cubului să fie un cilindru, iar în stânga cubului, să fie un con) - vizualizare pe internet a unor planuri și hărți (de exemplu, de a localiza școala în comunitate, de a vizualiza cel mai scurt traseu între două locuri) - reprezentarea, sub forma unor desene sau planuri, a unor trasee reale sau imaginare; joc de rol - utilizarea unei reprezentări simple pentru orientare în spațiu, în condiții familiare	3.2. Explorarea caracteristicilor, relațiilor și a proprietăților figurilor și corpurilor geometrice identificate în diferite contexte - identificarea și denumirea figurilor plane - recunoașterea în situații familiare/in reprezentări a unor obiecte cu formă geometrică (cub, paralelipiped, piramidă, cilindru, sferă, con) - identificarea elementelor componente ale unei figuri plane: unghi, latură, vârf - identificarea numărului de forme geometrice plane dintr-un desen dat/ dintr-o figură geometrică „fragmentată” - identificarea unor segmente de dreaptă perpendiculare, paralele - stabilirea axelor de simetrie ale unor figuri geometrice prin diferite modalități (pliere, desen) - estimarea măririi unor suprafețe desenate pe o rețea, utilizând ca unitate de măsură pătratul cu latura de 1 cm - completarea desenului unei figuri geometrice după o axă de simetrie - compararea volumelor unor corpuri geometrice (cub, paralelipiped) folosind ca unitate de măsură cubul cu latura de 1 cm

Conținuturi:

Unități de măsură pentru lungime

- unități de măsură: metrul, cu multiplii și submultiplii
- transformări pentru lungime în limita operațiilor cunoscute
- instrumente de măsură: rigla, metrul de tâmplărie, metrul de croitorie, ruleta
- operații cu unitățile de măsură pentru lungime

Unități de măsură pentru volumul lichidelor

- unități de măsură: litrul cu multiplii și submultiplii
- transformări pentru volum în limita operațiilor cunoscute
- operații cu unitățile de măsură pentru volumul lichidelor

Unități de măsură pentru masă

- unități de măsură: kilogramul, multiplii și submultiplii (inclusiv tona și chintalul)
- transformările unităților de măsură în limita operațiilor cunoscute
- instrumente de măsură: cântarul, balanța
- operații cu unitățile de măsură pentru masă

Unități de măsură pentru timp

- calculul unor intervale temporale, transformări din unități mai mari în unități mai mici de timp
- instrumente de măsură: ceasul, cronometrul

Unități de măsură monetare

- unități de măsură: leul și banul, euro și eurocentul (monede și bancnote în uz)
- schimburi monetare echivalente în aceeași unitate monetară

30p

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competențelor specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare care să cuprindă 1 item obiectiv, 1 item semiobiectiv și 1 item subiectiv de tip rezolvare de probleme.

Notă: Pentru fiecare dintre itemii elaborați se punctează corelarea cu competența specifică evaluată, respectarea formatului itemului, elaborarea răspunsului așteptat (baremul) și corectitudinea științifică a informației de specialitate.

<u>Elaborarea itemului obiectiv</u>	
Corelarea cu competența specifică evaluată	2p
Respectarea formatului itemului	3p
Elaborarea răspunsului așteptat (baremul)	3p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p
<u>Elaborarea itemului semiobiectiv</u>	
Corelarea cu competența specifică evaluată	2p
Respectarea formatului itemului	3p
Elaborarea răspunsului așteptat (baremul)	3p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p
<u>Elaborarea itemului subiectiv</u>	
Corelarea cu competența specifică evaluată	2p
Respectarea formatului itemului	3p
Elaborarea răspunsului așteptat (baremul)	3p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p